Trụ sở chính:766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8
Trường THCS TÂN BÌNH (2016-2017)

(NGÀY THI: 18- 02 -2017)

Bài 1: Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $x^4+3x^2y^2+4y^4$

b) $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$

Bài 2: Cho $a,b,c\neq 0$, a + b + c = 0

a) Chứng minh $a^3+b^3+c^3=3abc$

b) Tính $A=\dfrac{a^2}{a^2-b^2-c^2}+\dfrac{b^2}{b^2-a^2-c^2}+\dfrac{c^2}{c^2-a^2-b^2}$

Bài 3: Giải phương trình

a) $x^4-2x^3+2x^2-2x+1=0$

b) $\dfrac{x+7}{2010}+\dfrac{x+14}{2003}+\dfrac{x+10}{2007}=\dfrac{x-4}{2021}+\dfrac{x+5}{2012}+\dfrac{x-1}{2018}$

Bài 4:

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=x^2+5y^2+2xy-4x-8y+2017$

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $Q=-(x^2+x-2)(x^2+9x+18)+11$

Bài 5: Cho $\Delta ABC\,(AB<AC)$ có đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh $\dfrac{HD}{AD}=\dfrac{S_{BHC}}{S_{ABC}}$. Tính $\dfrac{HD}{AD}+\dfrac{HE}{BE}+\dfrac{HF}{CF}$

b) Gọi M, N, I, K lần lượt là hình chiếu của D lên AB, BE, CF, AC. Chứng minh MN // EF và M, N, I, K thẳng hàng.

c) Gọi Q là giao điểm của EF và BC. Chứng minh QB.AF.EC = QC.BF.AE

★ **HẾT** ★

HƯỚNG DẪN ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8
Trường THCS TÂN BÌNH (2016-2017)

Bài 1: Phân tích đa thức thành nhân tử:

a) $x^4+3x^2y^2+4y^4$

$x^4+3x^2y^2+4y^4=x^4+4x^2y^2+4y^4-x^2y^2=(x^2+2y^2)^2-x^2y^2=(x^2-xy+2y^2)(x^2+xy+2y^2)$

b) $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$

$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)=a^2(b-c)+b^2(c-b-a+b)+c^2(a-b)$

$=a^2(b-c)-b^2(b-c)-b^2(a-b)+c^2(a-b)=(b-c)(a^2-b^2)+(a-b)(c^2-b^2)$

$=(b-c)(a-b)(a+b)+(a-b)(c-b)(c+b)=(a-b)(b-c)(a+b-c-b)=(a-b)(b-c)(a-c)$

Bài 2: Cho $a,b,c\neq 0$, a + b + c = 0

a) Chứng minh $a^3+b^3+c^3=3abc$

Ta có: $a+b+c=0\Leftrightarrow a+b=-c\Leftrightarrow (a+b)^3=(-c)^3\Leftrightarrow a^3+b^3+3ab(a+b)=-c^3$

$\Leftrightarrow a^3+b^3+c^3+3ab(-c)=0\Leftrightarrow a^3+b^3+c^3=3abc$

b) Tính $A=\dfrac{a^2}{a^2-b^2-c^2}+\dfrac{b^2}{b^2-a^2-c^2}+\dfrac{c^2}{c^2-a^2-b^2}$

Ta có a + b + c = 0 $\Leftrightarrow a+b=-c\Rightarrow (a+b)^2=(-c)^2\Leftrightarrow c^2-a^2-b^2=2ab$

Chứng minh tương tự ta được: $a^2-b^2-c^2=2bc$, $b^2-a^2-c^2=2ac$

Khi đó biểu thức A trở thành: $A=\dfrac{a^2}{2bc}+\dfrac{b^2}{2ac}+\dfrac{c^2}{2ab}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a^3+b^3+c^3}{abc}\right)=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3abc}{abc}=\dfrac{3}{2}$

Bài 3:

a) $x^4-2x^3+2x^2-2x+1=0$

$x^4-2x^3+2x^2-2x+1=0\Leftrightarrow x^4+2x^2+1-2x^3-2x=0\Leftrightarrow (x^2+1)^2-2x(x^2+1)=0$

$\Leftrightarrow (x^2+1)(x-1)^2=0\Leftrightarrow x-1=0\Leftrightarrow x=1$

Vậy $S=\{1\}$

b) $\dfrac{x+7}{2010}+\dfrac{x+14}{2003}+\dfrac{x+10}{2007}=\dfrac{x-4}{2021}+\dfrac{x+5}{2012}+\dfrac{x-1}{2018}$

$$\frac{x+7}{2010}+\frac{x+14}{2003}+\frac{x+10}{2007}=\frac{x-4}{2021}+\frac{x+5}{2012}+\frac{x-1}{2018}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+7}{2010}+1+\frac{x+14}{2003}+1+\frac{x+10}{2007}+1=\frac{x-4}{2021}+1+\frac{x+5}{2012}+1+\frac{x-1}{2018}+1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2017}{2010}+\frac{x+2017}{2003}+\frac{x+2017}{2007}-\frac{x+2017}{2021}-\frac{x+2017}{2012}-\frac{x+2017}{2018}=0$$

$$\Leftrightarrow (x+2017)\left(\frac{1}{2010}+\frac{1}{2003}+\frac{1}{2007}-\frac{1}{2021}-\frac{1}{2012}-\frac{1}{2018}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x=-2017$$

Vậy $S=\{-2017\}$

Bài 4:

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P=x^2+5y^2+2xy-4x-8y+2017$

$$P=x^2+5y^2+2xy-4x-8y+2017=x^2+2xy-4x+5y^2-8y+2017$$
$$=x^2+2x(y-2)+(y-2)^2-y^2+4y-4+5y^2-8y+2017$$
$$=(x+y-2)^2+4y^2-4y+1+2012=(x+y-2)^2+(2y-1)^2+2012\ge 2012$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x+y-2=0 \\ 2y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{2} \\ y=\dfrac{1}{2} \end{cases}$

Vậy $P_{min}=2012$ khi $x=\dfrac{3}{2};\ y=\dfrac{1}{2}$

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $Q=-(x^2+x-2)(x^2+9x+18)+11$

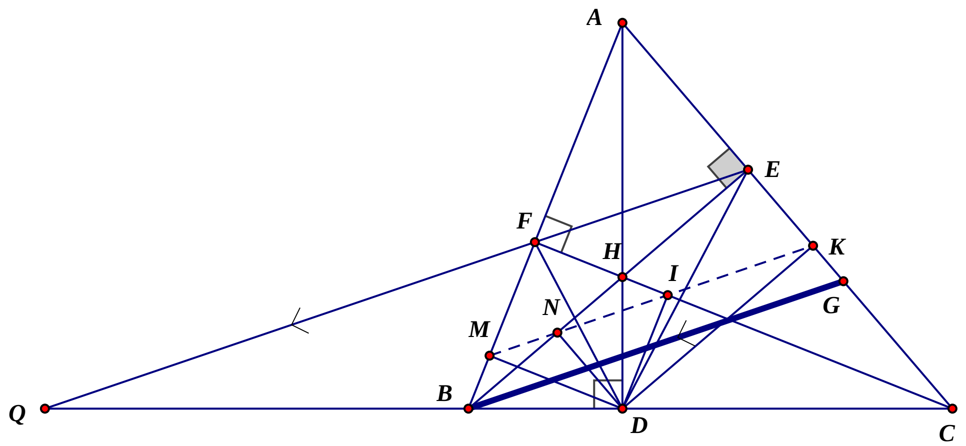
$$Q=-(x^2+x-2)(x^2+9x+18)+11=-(x+2)(x-1)(x+3)(x+6)+11$$
$$=-(x+2)(x+3)(x-1)(x+6)+11=-(x^2+5x+6)(x^2+5x-6)+11$$
$$=-(x^2+5x)^2+36+11=-(x^2+5x)^2+47\le 47$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2+5x=0 \Leftrightarrow x(x+5)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-5 \end{array}\right.$

Vậy $Q_{max}=47$ khi x = 0 hay x = - 5 .

Bài 5: Cho ΔABC $(AB < AC)$ có đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh $\dfrac{HD}{AD}=\dfrac{S_{BHC}}{S_{ABC}}$. Tính $\dfrac{HD}{AD}+\dfrac{HE}{BE}+\dfrac{HF}{CF}$



Ta có: $\frac{S_{BHC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2}HD.BC}{\frac{1}{2}AD.BC} = \frac{HD}{AD}$. Cmtt ta được: $\frac{S_{HBA}}{S_{ABC}} = \frac{HF}{CF}; \frac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = \frac{HE}{BE}$

Do đó $\frac{HD}{AD} + \frac{HE}{BE} + \frac{HF}{CF} = \frac{S_{HBC} + S_{HAC} + S_{HAB}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1$

b) Gọi M, N, I, K lần lượt là hình chiếu của D lên AB, BE, CF, AC. Chứng minh MN // EF và M, N, I, K thẳng hàng.

Ta có:

$$\begin{cases} \frac{AF}{AM} = \frac{AQ}{AD} (\text{Định lý Thales } \Delta AMD) \\ \frac{AE}{AK} = \frac{AQ}{AD} (\text{Định lý Thales } \Delta ADK) \end{cases} \Rightarrow \frac{AF}{AM} = \frac{AE}{AK} \Rightarrow MK // EF \quad (1)$$

Ta có:

$$\begin{cases} \frac{BM}{BF} = \frac{BD}{BC} (\text{Định lý Thales } \Delta BFC) \\ \frac{BN}{BE} = \frac{BD}{BC} (\text{Định lý Thales } \Delta BEC) \end{cases} \Rightarrow \frac{BM}{BF} = \frac{BN}{BE} \Rightarrow MN // EF \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $MN \equiv MK \Rightarrow$ M, N, K thẳng hàng.
Chứng minh tương tự được M, I, K thẳng hàng

c) Gọi Q là giao điểm của EF và BC. Chứng minh QB.AF.EC = QC.BF.AE

Từ B, vẽ đường thẳng song song EF và cắt AC tại G.

Ta dễ chứng minh: $\begin{cases} \frac{QB}{QC} = \frac{EG}{EC} \\ \frac{AF}{BF} = \frac{AE}{EG} \end{cases} \Rightarrow \frac{QB}{QC} \cdot \frac{AF}{BF} = \frac{EG}{EC} \cdot \frac{AE}{EG} \Rightarrow \frac{QB}{QC} \cdot \frac{AF}{BF} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow QB.AF.EC = QC.BF.AE$

★ **HẾT** ★