Trụ sở chính:766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8 Trường ĐẶNG TRẦN CÔN (2016-2017)

(NGÀY THI: 30- 9 -2016)

Bài 1: Rút gọn (2 điểm)

a) $(3x+1)^2-(3x-2)(3x+2)$

b) $(x-2)^3+(x+2)(3-x^2)$

c) $(x+2)^3-(x+1)(1-x+x^2)-6x^2$

Bài 2: Phân tích đa thức thành nhân tử (2 điểm)

a) $3x^3-6x^2+3x$

b) x^4+3x^2+4

c) $(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3$

Bài 3: (2 điểm)

a) Chứng minh: Tổng lập phương của 3 số nguyên liên tiếp thì chia hết cho 9.

b) Cho a + b + c = 0. Rút gọn $N=c(a^2+b^2)+a^3+b^3-abc$

Bài 4: (1 điểm) Trên bảng có 10 dấu (+) và 15 dấu (-). Tí và Thân thực hiên trò chơi như sau: mỗi lần lấy ra hai dấu bất kỳ và thay chúng bởi một dấu (+) nếu hai dấu được lấy ra đều là dấu (+) hoặc đều là dấu (-), còn nếu hai dấu được lấy ra có một dấu (+) và một dấu (-) thì thay chúng bởi một dấu (-). Hỏi sau một số lần như vậy có thể nhận được kết quả mà trên bảng chỉ còn lại đúng một dấu (+) được không?

Bài 5: (2 điểm) Cho ΔABC vuông tại A có đường cao AH. Gọi D, E lần lượt là các điểm đối xứng của H qua AB và AC.

a) Chứng minh: ba điểm D, A, E thẳng hàng.

b) Chứng minh: tứ giác BDEC là hình thang vuông và BC = BD + CE.

Bài 6: (1 điểm) Cho hình thang cân ABCD có đáy lớn CD, có đường cao là BH. Biết AB + CD = 2BH. Chứng minh: $AC\perp BD$

★ **HẾT** ★

HƯỚNG DẪN ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 8
Trường ĐẶNG TRẦN CÔN (2016-2017)

Bài 1: Rút gọn (2 điểm)

a) $(3x+1)^2-(3x-2)(3x+2)$

$=9x^2+6x+1-9x^2+4=6x+5$

b) $(x-2)^3+(x+2)(3-x^2)$

$=x^3-6x^2+12x-8+3x-x^3+6-2x^2=-8x^2+15x-2$

c) $(x+2)^3-(x+1)(1-x+x^2)-6x^2$

$=x^3+6x^2+12x+8-x^3-1-6x^2=12x+7$

Bài 2: Phân tích đa thức thành nhân tử (2 điểm)

a) $3x^3-6x^2+3x$

$=3x(x^2-2x+1)=3x(x-1)^2$

b) x^4+3x^2+4

$=x^4+4x^2+4-x^2=(x^2+2)^2-x^2=(x^2+2-x)(x^2+2+x)=(x^2-x+2)(x^2+x+2)$

c) $(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3$

$$=(a+b+c)^3-(a^3+b^3+c^3)=(a+b+c)^3-\left[(a+b)^3+c^3-3ab(a+b)\right]$$
$$=(a+b+c)^3-\left[(a+b+c)^3-3c.(a+b)(a+b+c)-3ab(a+b)\right]$$
$$=(a+b+c)^3-(a+b+c)^3+3c.(a+b)(a+b+c)+3ab(a+b)$$
$$=3(a+b)(ac+bc+c^2+ab)=3(a+b)\left[c(a+c)+b(a+c)\right]=3(a+b)(a+c)(b+c)$$

Bài 3: (2 điểm)

a) Chứng minh: Tổng lập phương của 3 số nguyên liên tiếp thì chia hết cho 9.

Cách 1: Gọi 3 số nguyên liên tiếp là n-1, n , n + 1 với $n\in Z$

Đặt $A=(n-1)^3+n^3+(n+1)^3$

Ta có:

$A=n^3-3n^2+3n-1+n^3+n^3+3n^2+3n+1=3n^3+6n$

$=3n(n^2+2)=3n(n^2-1+3)=3n(n^2-1)+9n=3n(n-1)(n+1)+9n$

Ta có: n- 1,n, n+1 là ba số nguyên liên tiếp nên có 1 số chia hết cho 3

$n(n-1)(n+1)\vdots 3\Rightarrow 3n(n-1)(n+1)\vdots 9$

Mà $9n\vdots 9\ (\forall n\in Z)$ nên $\left[3n(n-1)(n+1)+9n\right]\vdots 9\Rightarrow A\vdots 9\Rightarrow$ đpcm

Cách 2: Gọi 3 số nguyên liên tiếp là n, n + 1, n + 2 với $\mathbf{n \in Z}$

Đặt $\mathbf{A = n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3}$

Ta có: $A = n^3+(n^3+3n^2+3n+1)+(n^3+6n^2+12n+8) = 3n^3+9n^2+15n+9 = 3(n^3+3n^2+5n+3)$

Đặt $B= n^3+3n^2+5n+1 = n^3+n^2+ 2n^2+2n + 3n+3$

$=n^2(n+1) +2n(n+1) +3(n+1) = n(n+1)(n+2) + 3(n+1)$

Ta thấy n(n+1)(n+2) chia hết cho 3 (vì tích của 3 số nguyên liên tiếp)

và 3(n+1) chia hết cho 3 $\Rightarrow$ B chia hết cho 3 $\Rightarrow$ A =3B chia hết cho 9.

Vậy: Tổng lập phương của 3 số nguyên liên tiếp thì chia hết cho 9.

b) Cho a + b + c = 0. Rút gọn $N = c(a^2+b^2) + a^3 + b^3 - abc$

Ta có: $a+b+c=0 \Rightarrow a+b=-c$

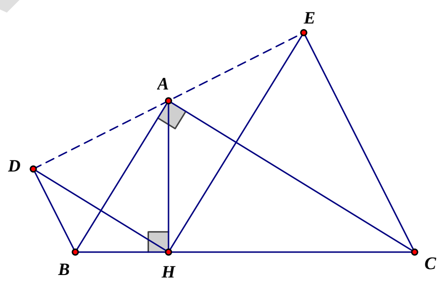
Do đó, ta có: $N = c(a^2+b^2)+a^3+b^3-abc = c\left[(a+b)^2-2ab\right]+(a+b)^3-3ab(a+b)-abc$

$= c\left[(-c)^2-2ab\right]+(-c)^3-3ab(-c)-abc = c^3-2abc-c^3+3abc-abc=0$

Bài 4: (1 điểm) Trên bảng có 10 dấu (+) và 15 dấu (-). Tí và Thân thực hiện trò chơi như sau: mỗi lần lấy ra hai dấu bất kỳ và thay chúng bởi một dấu (+) nếu hai dấu được lấy ra đều là dấu (+) hoặc đều là dấu (-), còn nếu hai dấu được lấy ra có một dấu (+) và một dấu (-) thì thay chúng bởi một dấu (-). Hỏi sau một số lần như vậy có thể nhận được kết quả mà trên bảng chỉ còn lại đúng một dấu (+) được không?

Do mỗi lần lấy ra hai dấu bất kỳ và thay chúng bởi một dấu (+) nếu hai dấu được lấy ra đều là dấu (+) hoặc đều là dấu (-), còn nếu hai dấu được lấy ra có một dấu (+) và một dấu (-) thì thay chúng bởi một dấu (-)
Nên sau mỗi lần thực hiện thì số dấu trên bảng giảm đi 1 và số dấu (-) sẽ giữ nguyên hoặc giảm đi 2
Lúc đầu trên bảng có 15 dấu (-), do vậy số dấu trừ trên bảng luôn lẻ
Trên bảng có10+ 15 =25 dấu nên sau khi 24 lần thực hiện như vậy thì dấu còn lại trên bảng là 1.
Dấu đó phải là dấu (-)
Do đó, sau một số lần như vậy ta **không** có thể nhận được kết quả mà trên bảng chỉ còn lại đúng một dấu (+).

Bài 5: (2 điểm) Cho ΔABC vuông tại A có đường cao AH. Gọi D, E lần lượt là các điểm đối xứng của H qua AB và AC.



a) Chứng minh: ba điểm D, A, E thẳng hàng.

Ta dễ chứng minh được: $\Delta BAD = \Delta BAH \Rightarrow BAD = BAH \Rightarrow BA$ là tia phân giác của $DAH \Rightarrow DAH = 2BAH$

Cmtt, ta có: $EAH = 2CAH$

Do đó, ta có: $DAH + EAH = 2BAH + 2CAH \Rightarrow DAE = 2(BAH + CAH) \Rightarrow DAE = 2BAC = 2.90^0 = 180^0$

$\Rightarrow$ ba điểm D, A, E thẳng hàng.

b) Chứng minh: tứ giác BDEC là hình thang vuông và BC = BD + CE.

Ta có: $\begin{cases} BDA = BHA\left(\Delta BAD = \Delta BAH\right) \\ CEA = CHA\left(\Delta CAE = \Delta CAH\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BDA = 90^0 \\ CEA = 90^0 \end{cases} \Rightarrow BDA + CEA = 180^0$

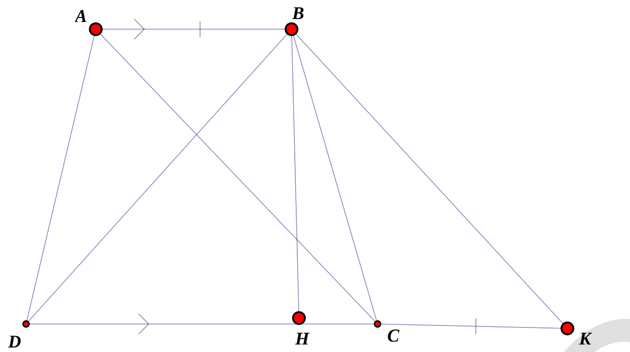
Mà 2 góc này nằm ở vị trí trong cùng phía nên BD // CE

Do đó, tứ giác BDEC là hình thang

Mặt khác: $BDE = 90^0\left(do BDA = 90^0\right)$ nên tứ giác BDEC là hình thang vuông.

Dễ thấy: $\begin{cases} BH = BD \\ CH = CE \end{cases} \Rightarrow BH + CH = BD + CE \Rightarrow BC = BD + CE.$

<u>Bài 6:</u> (1 điểm) Cho hình thang cân ABCD có đáy lớn CD, có đường cao là BH. Biết AB + CD = 2BH. Chứng minh: $AC \perp BD$



Trên tia đối của tia CD lấy điểm K sao cho CK = AB.

Ta dễ chứng minh được tứ giác ABKC là hình bình hành $\Rightarrow AC // BK$ và AC = BK.

Mà AC = BD nên BD = BK $\Rightarrow \Delta BDK$ cân tại B.

Ta có: $\begin{cases} DK = CK + CD \\ CK = AB \end{cases} \Rightarrow DK = AB + CD$ mà $AB + CD = 2BH(gt)$ nên $DK = 2BH \Rightarrow BH = \frac{1}{2}DK$

Xét ΔBDK cân tại B, ta có: BH là đường cao nên BH là đường trung tuyến của ΔBDK.

Xét ΔBDK, ta có: $\begin{cases} BH \textbf{ là đường trung tuyến của } \Delta BDK \\ BH = \frac{1}{2}DK\left(cmt\right) \end{cases} \Rightarrow \Delta BDK$ **vuông tại B**

$\Rightarrow BK \perp BD$ mà BK // AC (cmt) nên $AC \perp BD$.

★ **HẾT** ★