

Trụ sở chính: 766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM 2018-2019
MÔN THI: TOÁN (Không Chuyên)
Thời gian: 120 phút

Bài 1: (1 điểm) Biết $0 < x \leq y$ và

$$\left[\frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + 2(x + 2y)} \right] + \left[\frac{y}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} + \frac{x}{\sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} \right] = \frac{5}{3}. \text{ Tính } \frac{x}{y}.$$

Bài 2: (2 điểm)

a) Giải phương trình: $\frac{2x^2(7-x)}{\sqrt{3-x}} = x(x-7).$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+3)(x-1) = (y-2)(x+3) \\ (x-1)\sqrt{y^2 - 5y + 8} = (y-2)^2 \end{cases}$$

Bài 3: (2 điểm) Cho phương trình $x^2 - x + 3m - 11 = 0$ (1)

- a) Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có nghiệm kép? Tìm nghiệm đó.
b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $2017x_1 + 2018x_2 = 2019$.

Bài 4: (2 điểm)

- a) Đầu tháng 5 năm 2018, khi đang vào vụ thu hoạch, giá dưa hấu bất ngờ giảm mạnh. Nông dân A cho biết vì sợ dưa hỏng nên phải bán 30% số dưa hấu thu hoạch được với giá 1500 đồng mỗi kilôgam (1500đ/kg), sau đó nhờ phong trào “giải cứu dưa hấu” nên đã may mắn bán hết số dưa còn lại với giá 3500đ/kg; nếu trừ tiền đầu tư thì lãi được 9 triệu đồng (không kể công chăm sóc hơn hai tháng của cả nhà). Cũng theo ông A, mỗi sào đầu tư (hạt giống, phân bón,...) hết 4 triệu đồng và thu hoạch được 2 tấn dưa hấu. Hỏi ông A đã trồng bao nhiêu sào dưa hấu?
b) Một khu đất hình chữ nhật ABCD ($AB < AD$) có chu vi 240 mét được chia thành hai phần gồm khu đất hình chữ nhật ABNM làm chuồng trại và phần còn lại làm vườn thả để nuôi gà (M, N lần lượt thuộc các cạnh AD, BC). Theo quy hoạch trang trại nuôi được 2400 con gà, bình quân mỗi con gà cần một mét vuông của diện tích vườn thả và diện tích vườn thả gấp ba lần diện tích chuồng trại. Tính chu vi của khu đất làm vườn thả.

Bài 5: (3 điểm) Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (T) tâm O, bán kính R; $\angle CAD = 45^\circ$, AC vuông góc với BD và cắt BD tại I, $AD > BC$. Dựng CK vuông góc với AD ($K \in AD$), CK cắt BD tại H và cắt (T) tại E ($E \neq C$).

- a) Tính số đo góc COD. Chứng minh các điểm C, I, K, D cùng thuộc một đường tròn và $AC = BD$.
b) Chứng minh A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BHE. Tính IK theo R.
c) IK cắt AB tại F. Chứng minh O là trực tâm tam giác AIK và CK. $CB = CF \cdot CD$.

 HẾT 

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP.HCM
TRƯỜNG PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM 2018-2019
MÔN THI: TOÁN (Không Chuyên)

Thời gian: 120 phút

Bài 1: (1 điểm) Biết $0 < x \leq y$ và

$$\left[\frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + 2(x + 2y)} \right] + \left[\frac{y}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} + \frac{x}{\sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} \right] = \frac{5}{3}. \text{ Tính } \frac{x}{y}.$$

$$\left[\frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + 2(x + 2y)} \right] + \left[\frac{y}{\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} + \frac{x}{\sqrt{y}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} \right] = \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{2(x + y)}{3x + 3y} \right] + \left[\frac{y\sqrt{y} + x\sqrt{x}}{\sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} \right] = \frac{5}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{3} + \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y)}{\sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x - \sqrt{xy} + y}{\sqrt{xy}} = 1 \Leftrightarrow x - \sqrt{xy} + y = \sqrt{xy} \Leftrightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Leftrightarrow x = y \Leftrightarrow \frac{x}{y} = 1.$$

Bài 2: (2 điểm)

a) Giải phương trình: $\frac{2x^2(7-x)}{\sqrt{3-x}} = x(x-7).$

Điều kiện: $3 - x > 0 \Leftrightarrow x < 3.$

Phương trình đã cho trở thành: $\frac{2x^2(7-x)}{\sqrt{3-x}} - x(x-7) = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2(x-7)}{\sqrt{3-x}} + x(x-7) = 0 \Leftrightarrow x(x-7) \left(\frac{2x}{\sqrt{3-x}} + 1 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 7 = 0 \\ \frac{2x}{\sqrt{3-x}} + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (nhận)} \\ x = 7 \text{ (loại)} \\ \sqrt{3-x} = -2x \quad (2) \end{cases}$$

Giải (2), $\sqrt{3-x} = -2x$

$$\begin{cases} -2x \geq 0 \\ 3 - x = 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x = -1 \\ x = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = -1 \text{ (nhận)}. \text{ Vậy } S = \{0; -1\}$$

Trụ sở chính: 766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (x+3)(x-1) = (y-2)(x+3) \\ (x-1)\sqrt{y^2 - 5y + 8} = (y-2)^2 \end{cases}$$

Điều kiện: $y^2 - 5y + 8 \geq 0$. Hệ phương trình đã cho trở thành:

$$\begin{cases} (x+3)(x-1) - (y-2)(x+3) = 0 \\ (x-1)\sqrt{y^2 - 5y + 8} = (y-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+3)(x-1-y+2) = 0 \\ (x-1)\sqrt{y^2 - 5y + 8} = (y-2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ x-y+1=0 \\ (x-1)\sqrt{y^2 - 5y + 8} = (y-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ (x-1)\sqrt{y^2 - 5y + 8} = (y-2)^2 \quad (I) \\ x-y+1=0 \\ (x-1)\sqrt{y^2 - 5y + 8} = (y-2)^2 \quad (II) \end{cases}$$

Giải hệ (I)

$$\begin{cases} x+3=0 \\ (x-1)\sqrt{y^2 - 5y + 8} = (y-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ (-3-1)\sqrt{y^2 - 5y + 8} = (y-2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ -4\sqrt{y^2 - 5y + 8} = (y-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y^2 - 5y + 8 = 0 \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ (2)^2 - 5(2) + 8 = 0 \text{ (vô lý)} \\ y=-2 \end{cases}$$

Suy ra hệ (I) vô nghiệm.

Giải hệ (II)

$$\begin{cases} x-y+1=0 \\ (x-1)\sqrt{y^2 - 5y + 8} = (y-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=y-2 \\ (x-1)\sqrt{y^2 - 5y + 8} = (y-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=y-2 \\ (y-2)\sqrt{y^2 - 5y + 8} = (y-2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y-1 \\ (y-2)(\sqrt{y^2 - 5y + 8} - y + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y-1 \\ y-2=0 \\ \sqrt{y^2 - 5y + 8} = y-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ x=y-1 \\ \sqrt{y^2 - 5y + 8} = y-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ x=y-1 \\ y \geq 2 \\ y^2 - 5y + 8 = y^2 - 4y + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \text{ (nhận)} \\ y=2 \\ x=3 \text{ (nhận)} \\ y=4 \end{cases}$$

. Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}; \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$

Bài 3: (2 điểm) Cho phương trình $x^2 - x + 3m - 11 = 0$ (1)

a) Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có nghiệm kép? Tìm nghiệm đó.

$a = 1; b = -1; c = 3m - 11$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(3m - 11) = -12m + 45$

Trụ sở chính: 766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

Để phương trình (1) có nghiệm kép thì $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ -12m + 45 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{15}{4}$

Nghiệm kép của phương trình là: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2 \cdot (1)} = \frac{1}{2}$.

b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $2017x_1 + 2018x_2 = 2019$.

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ -12m + 45 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < \frac{15}{4}$.

Theo định lí Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 1 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 3m - 11 \end{cases}$

Ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 2017x_1 + 2018x_2 = 2019 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$

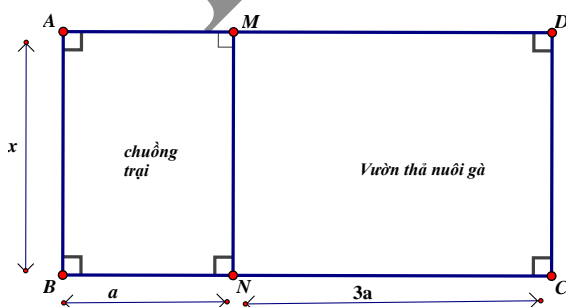
Thế vào $x_1 x_2 = 3m - 11$, ta được $(-1)(2) = 3m - 11 \Leftrightarrow m = 3$ (nhận)

Bài 4: (2 điểm)

a) Đầu tháng 5 năm 2018, khi đang vào vụ thu hoạch, giá dưa hấu bất ngờ giảm mạnh. Nông dân A cho biết vì sợ dưa hỏng nên phải bán 30% số dưa hấu thu hoạch được với giá 1500 đồng mỗi kilôgam (1500đ/kg), sau đó nhờ phong trào “giải cứu dưa hấu” nên đã may mắn bán hết số dưa còn lại với giá 3500đ/kg; nếu trừ tiền đầu tư thì lãi được 9 triệu đồng (không kể công chăm sóc hơn hai tháng của cả nhà). Cũng theo ông A, mỗi sào đầu tư (hạt giống, phân bón,...) hết 4 triệu đồng và thu hoạch được 2 tấn dưa hấu. Hỏi ông A đã trồng bao nhiêu sào dưa hấu?

Gọi x (sào) là số sào dưa hấu ông A đã trồng ($x > 0$); 2 tấn = 2000 kg
 Khối lượng dưa hấu ông A thu hoạch được: 2000x (kg)
 Khối lượng dưa hấu ông A bán trong đợt đầu là: 30%.2000x = 600x (kg)
 Khối lượng dưa hấu ông A bán trong đợt sau là: 2000x - 600x = 1400x (kg)
 Tổng số tiền ông A bán hết số dưa hấu là: 1500.600x + 3500.1400x = 5800000x (đồng)
 Tổng số tiền đầu tư (hạt giống, phân bón,...) là 4000000x (đồng)
 Theo đề bài ta có phương trình:
 $4000000x + 9000000 = 5800000x \Leftrightarrow x = 5$ (sào).

b) Một khu đất hình chữ nhật ABCD ($AB < AD$) có chu vi 240 mét được chia thành hai phần gồm khu đất hình chữ nhật ABNM làm chuồng trại và phần còn lại làm vườn thả để nuôi gà (M, N lần lượt thuộc các cạnh AD, BC). Theo quy hoạch trang trại nuôi được 2400 con gà, bình quân mỗi con gà cần một mét vuông của diện tích vườn thả và diện tích vườn thả gấp ba lần diện tích chuồng trại. Tính chu vi của khu đất làm vườn thả.



Trụ sở chính: 766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

Gọi x (m) là chiều rộng hình chữ nhật ABCD ($x > 0$)

Vì diện tích vườn thả gấp ba lần diện tích chuồng trại nên $S_{CDMN} = 3.S_{ABNM}$

$\Rightarrow CD.CN = 3.AB.BN$ mà $CD = AB$ nên $CN = 3.BN$

Ta đặt $BN = a$ thì $CN = 3a$ ($a > 0$)

Do đó $BC = a + 3a = 4a$

Vì $AB < AD$ nên $x < 4a$

Ta có: $S_{CDMN} = 2400 \Rightarrow 3ax = 2400 \Leftrightarrow ax = 800$ (1)

Vì chu vi hình chữ nhật ABCD là 240m nên ta có: $2(x + 4a) = 240 \Leftrightarrow x + 4a = 120$ (2)

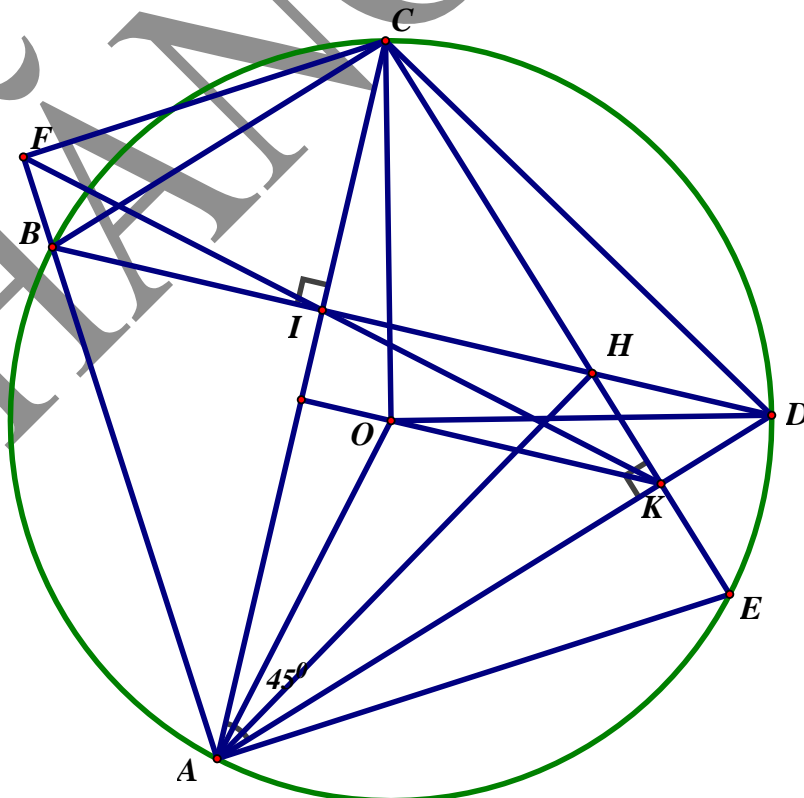
Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} ax = 800 \\ x + 4a = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(120 - 4a) = 800 \\ x = 120 - 4a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a^2 - 120a + 800 = 0 \\ x = 120 - 4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 30a + 200 = 0 \\ x = 120 - 4a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ a = 20 \\ x = 120 - 4a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} a = 10 \\ x = 80 \end{cases} \text{ (loại do không thỏa } x < 4a) \\ \begin{cases} a = 20 \\ x = 40 \end{cases} \text{ (nhận do thỏa } x < 4a) \end{cases}$$

Vậy chu vi của khu đất làm vườn thả là $2(x + 3a) = 2.(40 + 3.20) = 200(m)$.

Bài 5: (3 điểm) Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (T) tâm O, bán kính R; $\angle CAD = 45^\circ$, AC vuông góc với BD và cắt BD tại I, $AD > BC$. Dựng CK vuông góc với AD ($K \in AD$), CK cắt BD tại H và cắt (T) tại E ($E \neq C$).



Trụ sở chính: 766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

a) Tính số đo góc COD. Chứng minh các điểm C, I, K, D cùng thuộc một đường tròn và AC = BD.

*Ta có: $CAD = \frac{1}{2} COD \Rightarrow COD = 2.CAD = 2.45^{\circ} = 90^{\circ}$

Xét tứ giác CIKD, ta có: $CID = CKD = 90^{\circ}$

\Rightarrow tứ giác CIKD nội tiếp (...) \Rightarrow các điểm C, I, K, D cùng thuộc một đường tròn,

*Để thấy ΔIAD vuông cân tại I nên $IAD = IDA = 45^{\circ}$

Mà $BCA = IDA$ (2 góc nội tiếp cùng chắn AB của (O))

Nên $IAD = BCA$, mặt khác 2 góc này nằm ở vị trí so le trong nên $BC \parallel AD$

Do đó, tứ giác ABCD là hình thang

Mà tứ giác ABCD nội tiếp nên ABCD là hình thang cân, suy ra $AC = BD$.

b) Chứng minh A là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BHE. Tính IK theo R.

*Để thấy tứ giác AIHK nội tiếp nên $HAK = HIK = DCK = EAK$

$\Rightarrow AK$ là đường phân giác trong của ΔAEH

Mà AK là đường cao của ΔAEH nên ΔAEH cân tại A $\Rightarrow AH = AE$.

Cmtt, ta có: ΔABH cân tại A $\Rightarrow AH = AB$.

Do đó $AB = AH = AE \Rightarrow A$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BHE.

*Để tính được $CD = R\sqrt{2}$

Để thấy $\Delta AKI \sim \Delta ACD$ (g-g) $\Rightarrow \frac{IK}{CD} = \frac{AK}{AC} = \cos A = \cos 45^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Delta AKI \sim \Delta ACD$ (g-g) $\Rightarrow IK = \frac{\sqrt{2}}{2} . CD = \frac{\sqrt{2}}{2} . R\sqrt{2} = R$.

c) IK cắt AB tại F. Chứng minh O là trực tâm tam giác AIK và CK. $CB = CF.CD$.

* ΔKAC cân tại K $\Rightarrow KA = KC$ mà $OA = OC$

Nên KO là đường trung trực của đoạn AC $\Rightarrow KO \perp AC \Rightarrow KO \perp AI$.

Ta có: $\begin{cases} IA = ID \\ OA = OD \end{cases} \Rightarrow IO$ là đường trung trực của đoạn AD $\Rightarrow IO \perp AD \Rightarrow IO \perp AK$.

Do đó, O là trực tâm của ΔAIK .

*Ta có: $CIF = CDK = CBF$

\Rightarrow Tứ giác CIBF nội tiếp $\Rightarrow CFB = 90^{\circ}$.

Do đó chứng minh được $\Delta CKD \sim \Delta CFB$ (g-g)

$\Rightarrow \frac{CK}{CF} = \frac{CD}{CB}$ (tsdd) $\Rightarrow CK.CB = CD.CF$

-----HẾT-----