

# CÔNG TY CỔ PHẦN GIÁO DỤC THĂNG TIẾN THĂNG LONG

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP.HCM  
TRƯỜNG TRUNG HỌC THỰC HÀNH

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM  
Độc lập - Tự do - Hạnh Phúc

## ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 CHUYÊN NĂM HỌC 2015-2016

MÔN: TOÁN

Thời gian: 120 phút

(Dùng chung cho các lớp chuyên: Toán, Văn và tiếng Anh)

Câu 1: (2 điểm)

1. Cho phương trình  $x^2 - 2(m-2)x + m^2 - 3m + 3 = 0$  (m là tham số).

a) Giải phương trình khi  $m = 1$ .

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm  $x_1$  và  $x_2$  sao cho  $3x_1x_2 - x_1^2 - x_2^2 - 5 = 0$

2. Cho biểu thức sau:  $A = \left( \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{3x-6\sqrt{x}}$  ( $x > 0; x \neq 4$ ).

a) Rút gọn A.

b) Tìm x để  $A = 2\sqrt{x} - 1$ .

Câu 2: (2 điểm)

Cho parabol (P):  $y = \frac{1}{4}x^2$  và đường thẳng (D):  $y = \frac{1}{2}x + m^2$  (m là tham số).

a) Cho  $m = \sqrt{2}$ . Vẽ (P) và (D) trên cùng một hệ trục tọa độ Oxy và tìm tọa độ giao điểm của chúng bằng phép toán.

b) Tìm m để (P) và (D) cắt nhau tại hai điểm phân biệt  $A(x_1; y_1)$  và  $B(x_2; y_2)$  sao cho

$$y_1 - y_2 + x_1^2 + \frac{3}{2}x_2^2 = 9.$$

Câu 3: (2 điểm)

a) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = -6 \\ \sqrt{\frac{y+2}{2x-1}} + \sqrt{\frac{2x-1}{y+2}} = 2 \end{cases}$$

b) Một xe tải đi từ A đến B với vận tốc 40 km/h. Sau khi xe tải xuất phát một thời gian thì một xe khách cũng xuất phát từ A với vận tốc 50 km/h và nếu không có gì thay đổi thì sẽ đuổi kịp xe tải tại B. Nhưng sau khi đi được một nửa quãng đường AB, xe khách tăng vận tốc lên 60 km/h nên đến sớm hơn xe tải 16 phút. Tính quãng đường AB.

Câu 4: (4 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC ( $AB < AC$ ). Đường tròn tâm O đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại E và D. CE cắt BD tại H và AH cắt BC tại K.

a) Chứng minh tứ giác BEHK nội tiếp và KA là tia phân giác của góc EKD.

b) Gọi AI, AJ là các tiếp tuyến của đường tròn (O) (I, J là các tiếp điểm và hai điểm D, J nằm cùng một nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AK). Chứng minh rằng  $\angle IKE = \angle DKJ$ .

c) Chứng minh 3 điểm J, H, I thẳng hàng.

d) Đường thẳng qua K và song song với ED cắt AB và CH lần lượt tại Q và S. Chứng minh rằng  $KQ = KS$ .



**HƯỚNG DẪN GIẢI**

**Câu 1**

1)

Khi  $m = 1$  ta có phương trình  $x^2 + 2x + 1 = 0$

$\Delta' = 1 - 1 = 0$ . Phương trình có nghiệm kép  $x_1 = x_2 = -1$

2)

$$A = \left( \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2} \right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{2(2\sqrt{x}+1)+3(\sqrt{x}-2)-(5\sqrt{x}-7)}{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)} : \frac{2\sqrt{x}+3}{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{4\sqrt{x}+2+3\sqrt{x}-6-5\sqrt{x}+7}{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)} : \frac{2\sqrt{x}+3}{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{2\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{2\sqrt{x}+3} = \frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$$

Ta có  $A = 2\sqrt{x} - 1$ . Do đó  $\frac{3\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1} = 2\sqrt{x} - 1 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = (2\sqrt{x} - 1)(2\sqrt{x} + 1) \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 4x - 1$

$$4x - 3\sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow 4x - 4\sqrt{x} + \sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)(4\sqrt{x} + 1) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (nhận)}$$

Vậy  $x = 1$  là giá trị cần tìm.

**Câu 2**

a)

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) là:

$$\frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{2}x + 2 \Leftrightarrow x^2 = 2x + 8 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\Delta' = 1 + 8 = 9, \sqrt{\Delta'} = 3$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1 = \frac{1+3}{1} = 4; x_2 = \frac{1-3}{1} = -2$

$\odot x_1 = 4$  thì  $y_1 = 4; x_2 = -2$  thì  $y_2 = 1$ .

Vậy (P) cắt (D) tại hai điểm (4;4) và (-2;1).

b)

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D) là:

$$\frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{2}x + m^2 \Leftrightarrow x^2 = 2x + 4m^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 4m^2 = 0 (*)$$

$$\Delta' = 1 + 4m^2 > 0 \text{ với mọi } m$$

Do đó (\*) có hai nghiệm phân biệt với mọi m

$\Leftrightarrow$  (P) và (D) cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi m.

Với  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của (\*), áp dụng định lý Vi-ét ta có:

$$x_1 + x_2 = 2; x_1 \cdot x_2 = -4m^2$$

$$\text{Ta có: } A(x_1, y_1) \in (P) \Rightarrow y_1 = \frac{1}{4}x_1^2; B(x_2, y_2) \in (P) \Rightarrow y_2 = \frac{1}{4}x_2^2$$

$$\text{Do đó } y_1 - y_2 + x_1^2 + \frac{3}{2}x_2^2 = 9 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x_1^2 - \frac{1}{4}x_2^2 + x_1^2 + \frac{3}{2}x_2^2 = 9 \Leftrightarrow \frac{5}{4}(x_1^2 + x_2^2) = 9 \Leftrightarrow \frac{5}{4}[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] = 9$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{4}(4 - 8m^2) = 9 \Leftrightarrow 5 + 10m^2 = 9 \Leftrightarrow m^2 = \frac{2}{5} \Leftrightarrow m = \pm \frac{\sqrt{10}}{5} \text{ (nhận)}$$

**Câu 3**

a) Điều kiện  $\frac{y+2}{2x-1} > 0$

Đặt  $t = \sqrt{\frac{y+2}{2x-1}}$  ( $t > 0$ ) thì  $\sqrt{\frac{2x-1}{y+2}} = \frac{1}{t}$

Do đó  $\sqrt{\frac{y+2}{2x-1}} + \sqrt{\frac{2x-1}{y+2}} = 2$  trở thành  $t + \frac{1}{t} = 2 \Leftrightarrow (t-1)^2 = 0 \Leftrightarrow t-1=0 \Leftrightarrow t=1$  (nhận)  $\Rightarrow \frac{y+2}{2x-1} = 1$

Hệ phương trình đã cho trở thành  $\begin{cases} x+y=-6 \\ \frac{y+2}{2x-1}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-6 \\ 2x-1=y+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-6 \\ 2x-y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=3 \\ 2x-y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-5 \end{cases}$

(thích hợp)

b) Gọi quãng đường AB dài là x (km), thời gian từ lúc xe tải xuất phát đến lúc xe khách xuất phát là y (giờ) (Điều kiện: x, y > 0)

Đổi 16 phút =  $\frac{4}{15}$  giờ.

Thời gian xe tải đi từ A đến B là  $\frac{x}{40}$  (h), thời gian xe khách đi từ A đến B là  $\frac{x}{50}$  (h), ta có phương

trình  $\frac{x}{40} = y + \frac{x}{50}$  (1)

Thời gian thực tế xe khách đi là  $\frac{1}{2} \cdot \frac{x}{50} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{60}$  (h), ta có phương trình

$\frac{x}{40} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{50} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{60} + \frac{4}{15} + y \Leftrightarrow \frac{x}{40} = y + \frac{11x}{600} + \frac{4}{15}$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$\begin{cases} \frac{x}{40} = y + \frac{x}{50} \\ \frac{x}{40} = y + \frac{11x}{600} + \frac{4}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{600} = \frac{4}{15} \\ \frac{x}{40} = y + \frac{x}{50} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 160 \\ y = 0,8 \end{cases}$  (thích hợp)

Vậy quãng đường AB dài 160 km.

Câu 4

a)

Ta có:  $\angle BEC = 90^\circ$ ;  $\angle BDC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\triangle ABC$  có BD, CE là hai đường cao cắt nhau tại H ( $BD \perp AC$ ,  $CE \perp AB$ )

$\Rightarrow$  H là trực tâm tam giác ABC

$\Rightarrow$  AH là đường cao của tam giác ABC  $\Rightarrow AH \perp BC$ .

Ta có:  $\angle BEH + \angle BKH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$  Tứ giác BEHK nội tiếp

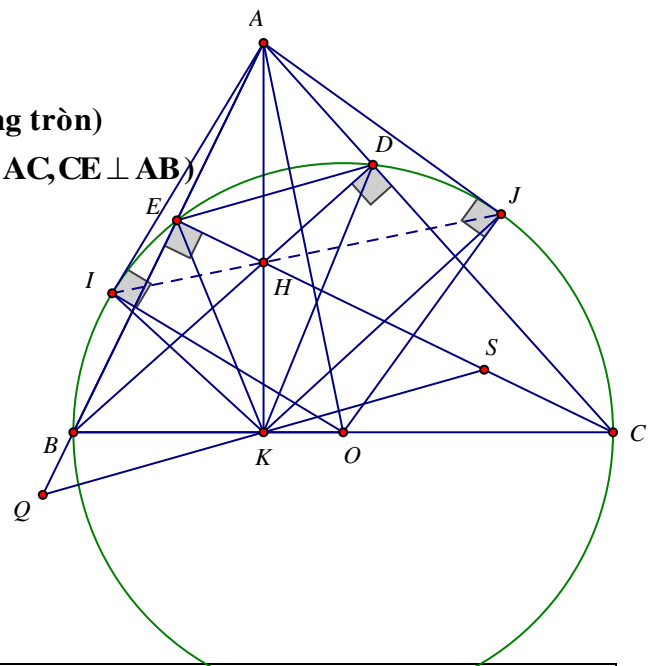
$\Rightarrow \angle EBH = \angle EKH$

Mặt khác  $\angle BKA = \angle BDA = 90^\circ$

$\Rightarrow$  Tứ giác ABKD nội tiếp

$\Rightarrow \angle EBH = \angle AKD$

Ta có:  $\angle EKH = \angle AKD (= \angle EBH)$



Do đó KA là tia phân giác của góc EKD.

b)

AI, AJ là các tiếp tuyến của (O) (gt)

$$\Rightarrow AI \perp OI, AJ \perp OJ \text{ và } AI = AJ$$

$$\text{Ta có: } AIO = AJO = AKO = 90^\circ$$

Suy ra I, J, K cùng thuộc một đường tròn đường kính AO

Suy ra A, O, I, J, K cùng thuộc một đường tròn

Xét đường tròn (IJKAO) có AI = AJ

$$\Rightarrow AI = AJ \Rightarrow AKI = AJI \Rightarrow AKE + IKE = AKD + DKJ$$

$$\text{Mà } AKE = AKD \text{ (cmt)}$$

$$\text{Nên } IKE = DKJ.$$

c)

$$\text{Xét } \triangle AEH \text{ và } \triangle AKB \text{ có: } \begin{cases} \text{EAH chung} \\ \text{AEH} = \text{AKB} (= 90^\circ) \end{cases} \Rightarrow \triangle AEH \sim \triangle AKB \text{ (g.g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AK} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AE \cdot AB = AH \cdot AK$$

Xét  $\triangle AEI$  và  $\triangle AIB$  có:

$$\begin{cases} \text{IAE chung} \\ \text{AIE} = \text{ABI} \text{ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \triangle AIE \sim \triangle AIB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AI}{AB} = \frac{AE}{AI} \Rightarrow AI^2 = AE \cdot AB$$

$$\text{Ta có } AH \cdot AK = AI^2 (= AE \cdot AB) \Rightarrow \frac{AH}{AI} = \frac{AI}{AK}$$

Xét  $\triangle AIH$  và  $\triangle AKI$  có:

$$\begin{cases} \text{IAH chung} \\ \frac{AH}{AI} = \frac{AI}{AK} \text{ (cmt)} \end{cases} \Rightarrow \triangle AIH \sim \triangle AKI \text{ (c.g.c)} \Rightarrow AHI = AIK \text{ Tương tự: } \Rightarrow AHJ = AJK$$

Mà  $AJK + AIK = 180^\circ$  (tứ giác AIKJ nội tiếp)

$$\text{Do đó } AHI + AHJ = 180^\circ$$

Vậy ba điểm J, H, I thẳng hàng.

d)

Chứng minh tương tự có EC là phân giác KED

Mà  $KSE = DEC$  (hai góc so le trong và  $DE \parallel QS$ )

$$\text{Ta có } KSE = KES (= DEC) \Rightarrow \triangle KES \text{ cân tại K} \Rightarrow KS = KE. \text{ Vậy } KQ = KS (= KE)$$

