

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
Tỉnh LÂM ĐỒNG

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN THĂNG LONG – LÂM ĐỒNG
NĂM HỌC: 2016-2017

Môn Thi : TOÁN CHUYÊN

Ngày thi: 17 tháng 6 năm 2016

Thời gian làm bài : 150 phút

Câu 1: (2 điểm) Tính giá trị biểu thức: $A = (\sqrt{10} - \sqrt{2})\sqrt{4 + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}}$

Câu 2: (1.5 điểm) Cho x, y là các số thực thỏa mãn đk $(2x - y - 4)^{2016} + (3x + 2y - 13)^{2016} = 0$.
Tính giá trị của biểu thức $A = (x - y)^{2016} + 2016$

Câu 3: (2 điểm) Cho $\tan \alpha = 2$ (α là góc nhọn). Tính giá trị biểu thức $A = \cot \alpha + \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$

Câu 4: (2 điểm) Giải phương trình: $36x^2 + \frac{1}{x^2} + 21x + \frac{7}{2x} - 18 = 0$

Câu 5: (2 điểm) Giải phương trình: $\begin{cases} xy + x^2 = 2 \\ 2x^2 - y^2 = 1 \end{cases}$

Câu 6: (1.5 điểm) Cho ΔABC có $\angle BAC = 135^\circ$, $BC = 5\text{cm}$, đường cao $AH = 1\text{cm}$. Tính độ dài các cạnh AB, AC

Câu 7: (1.5 điểm) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $(x + y)^2 = (x - 1)(y + 1)$

Câu 8: (1.5 điểm) Cho x, y là các số dương. Cmr $x^2 + y^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 2(\sqrt{x} + \sqrt{y})$

Câu 9: (1.5 điểm) Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ tiếp tuyến MA (A là tiếp điểm) và cát tuyến MBC (cát tuyến MBC không đi qua tâm O và điểm B nằm giữa M và C) đến đường tròn (O) . Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên OM . Chứng minh rằng tứ giác $BHOC$ nội tiếp.

Câu 10: (1.5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm m để pt có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1| + |x_2| = 4\sqrt{3}$

Câu 11: (1.5 điểm) Cho BC là dây cung của $(O; R)$ và $BC = R$. Gọi A là điểm trên cung BC lớn sao cho AC không là đường kính (A không trùng với B, C). Trên dây cung AC lấy các điểm M, N sao cho $AC = 2AN = \frac{3}{2}AM$. Kẻ $MH \perp AB$ ($H \in AB$). Chứng minh: 3 điểm H, O, N thẳng hàng

Câu 12: (1.5 điểm) Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp (O) . Hai đường thẳng AD và BC cắt nhau tại M , hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại N . Chứng minh rằng: $MA \cdot MD = MN^2 - NA \cdot NB$

 HẾT

Trụ sở chính: 766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
Tỉnh LÂM ĐỒNG

KỶ THI TUYỂN SINH LỚP 10 CHUYÊN THĂNG LONG – LÂM ĐỒNG

NĂM HỌC: 2016-2017

Môn Thi : TOÁN CHUYÊN

Ngày thi: 17 tháng 6 năm 2016

Thời gian làm bài : 150 phút

HƯỚNG DẪN GIẢI:**Câu 1:** (2 điểm) Tính giá trị biểu thức: $A = (\sqrt{10} - \sqrt{2})\sqrt{4 + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}}$

$$\begin{aligned}
 A &= (\sqrt{10} - \sqrt{2})\sqrt{4 + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}} = \sqrt{2}(\sqrt{5} - 1)\sqrt{4 + \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}} = \sqrt{2}(\sqrt{5} - 1)\sqrt{4 + |\sqrt{5} - 1|} \\
 &= \sqrt{2}(\sqrt{5} - 1)\sqrt{4 + (\sqrt{5} - 1)} = \sqrt{2}(\sqrt{5} - 1)\sqrt{3 + \sqrt{5}} = (\sqrt{5} - 1)\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) = 4
 \end{aligned}$$

Câu 2: (1.5 điểm) Cho x, y là các số thực thỏa mãn đk $(2x - y - 4)^{2016} + (3x + 2y - 13)^{2016} = 0$.
Tính giá trị của biểu thức $A = (x - y)^{2016} + 2016$

$$(2x - y - 4)^{2016} + (3x + 2y - 13)^{2016} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x - y - 4 = 0 \\ 3x + 2y - 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Thế vào biểu thức $A = (x - y)^{2016} + 2016$, ta được $A = (3 - 2)^{2016} + 2016 = 2017$ **Câu 3:** (2 điểm) Cho $\tan \alpha = 2$ (α là góc nhọn). Tính giá trị biểu thức $A = \cot \alpha + \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$

$$A = \frac{1}{\tan \alpha} + \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha + 1} = \frac{7}{6}$$

Câu 4: (2 điểm) Giải phương trình: $36x^2 + \frac{1}{x^2} + 21x + \frac{7}{2x} - 18 = 0$

Điều kiện :

$$\text{Đặt } t = 3x + \frac{1}{2x} \Rightarrow t^2 = 9x^2 + \frac{1}{4x^2} + 3 \Leftrightarrow t^2 - 3 = 9x^2 + \frac{1}{4x^2} \Leftrightarrow 4t^2 - 12 = 36x^2 + \frac{1}{x^2}$$

Phương trình đã cho trở thành $4t^2 - 12 + 7(t) - 18 = 0 \Leftrightarrow 4t^2 + 7t - 30 = 0 \Leftrightarrow t = 2$ hay $t = \frac{-15}{4}$

$$\text{ĐS : } S = \left\{ \frac{-15 \pm \sqrt{129}}{24} \right\}$$

Câu 5: (2 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} xy + x^2 = 2 \\ 2x^2 - y^2 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} xy + x^2 = 2 \\ 2x^2 - y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy + x^2 = 2 \\ 4x^2 - 2y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy + x^2 = 2 \\ 4x^2 - 2y^2 = xy + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy + x^2 = 2 \\ 3x^2 - xy - 2y^2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy + x^2 = 2 \\ 3x^2 - xy - 2y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy + x^2 = 2 \\ (3x + 2y)(x - y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy + x^2 = 2 \\ x - y = 0 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ xy + x^2 = 2 \\ 3x + 2y = 0 \\ xy + x^2 = 2 \end{cases}$$

Giải từng hệ phương trình, ta có: $(x; y) \in \{(1; 1), (-1; -1)\}$.

Câu 6: (1.5 điểm) Cho ΔABC có $\angle BAC = 135^\circ$, $BC = 5\text{cm}$, đường cao $AH = 1\text{cm}$. Tính độ dài các cạnh AB, AC

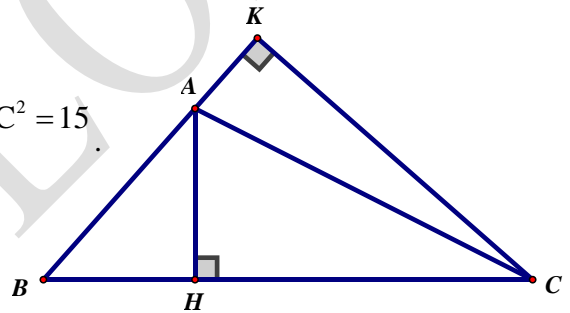
Kẻ $CK \perp AB$ tại $K \Rightarrow \Delta ACK$ vuông cân tại K .

$$2S_{\Delta ABC} = AB \cdot CK = AB \cdot \frac{AC}{\sqrt{2}} = AH \cdot BC \Rightarrow AB \cdot AC = 5\sqrt{2},$$

$$BC^2 = CK^2 + BK^2 = \left(\frac{AC}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(AB + \frac{AC}{\sqrt{2}}\right)^2 \Leftrightarrow AB^2 + AC^2 = 15$$

$$\Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow AB + AC = \sqrt{10} + \sqrt{5}$$

Áp dụng định lý viete đảo $\begin{cases} AB = \sqrt{5} \\ AC = \sqrt{10} \end{cases}$ hay $\begin{cases} AB = \sqrt{10} \\ AC = \sqrt{5} \end{cases}$.



Câu 7: (1.5 điểm) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $(x + y)^2 = (x - 1)(y + 1)$

$$(x + y)^2 = (x - 1)(y + 1) \Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = xy + x - y - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + xy + y^2 - x + y + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 2xy + 2y^2 - 2x + 2y + 2 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (x + y)^2 + (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1, y = -1$$

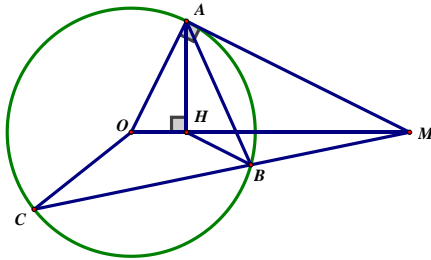
Câu 8: (1.5 điểm) Cho x, y là các số dương. Chứng minh rằng: $x^2 + y^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 2(\sqrt{x} + \sqrt{y})$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có:
$$\begin{cases} x^2 + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{x} \\ y^2 + \frac{1}{y} \geq 2\sqrt{y} \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 2(\sqrt{x} + \sqrt{y})$$

Trụ sở chính: 766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

Câu 9: (1.5 điểm) Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ tiếp tuyến MA (A là tiếp điểm) và cát tuyến MBC (cát tuyến MBC ko đi qua tâm O và điểm B nằm giữa M và C) đến đường tròn (O). Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên OM. Chứng minh rằng tứ giác BHOC nội tiếp.

$MA^2=MB.MC=MH.MO \Rightarrow \Delta MBH \sim MOC \Rightarrow \angle MHB = \angle MCO \Rightarrow \text{tg BHOC nt.}$



Câu 10: (1.5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm m để pt có 2 n_o phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1| + |x_2| = 4\sqrt{3}$

Ta có: $a.c = -3 < 0$ nên pt luôn có 2 n_o trái dấu với mọi m

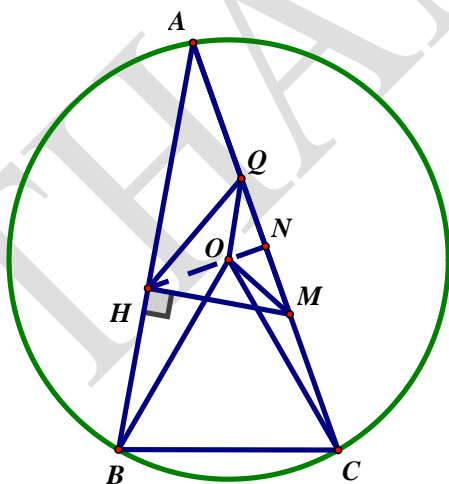
Theo định lí Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$$

Ta có:

$$|x_1| + |x_2| = 4\sqrt{3} \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2|x_1 x_2| = 48 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 2|x_1 x_2| = 48$$

$$\Leftrightarrow [2(m-1)]^2 - 2(-3) + 2|-3| = 48 \Leftrightarrow [2(m-1)]^2 = 36 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -2 \end{cases}$$

Câu 11: (1.5 điểm) Cho BC là dây cung của (O;R) và $BC=R$. Gọi A là điểm trên cung BC lớn sao cho AC không là đường kính (A không trùng với B, C). Trên dây cung AC lấy các điểm M, N sao cho $AC = 2AN = \frac{3}{2}AM$. Kẻ $MH \perp AB$ ($H \in AB$). Chứng minh 3 điểm H, O, N thẳng hàng



Gọi Q là trung điểm của AM $\Rightarrow AQ=QM=MC=1/3AC$; ΔOBC đều, $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = 30^\circ$, do đó

$\angle QMH = 60^\circ$ mà ΔHMQ cân tại Q (do $HQ=HM(=1/2AM)$) nên ΔHMQ đều.

Trụ sở chính: 766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

Ta có: $\begin{cases} AN = NC \\ AQ = NM \end{cases} \Rightarrow AN - AQ = NC - NM \Rightarrow NQ = NM \Rightarrow N$ là trung điểm của QM .

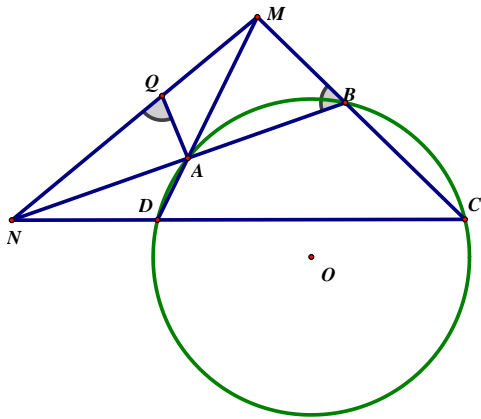
Xét ΔHMQ đều, ta có HN là đường trung tuyến (N là trung điểm của QM)

$\Rightarrow HN$ là đường cao của $\Delta HMQ \Rightarrow HN \perp MQ \Rightarrow HN \perp AC$

Mà ta dễ chứng minh được $ON \perp AC$ tại N

Nên $HN \equiv ON \Rightarrow O, H, N$ thẳng hàng.

Câu 12: (1.5 điểm) Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp (O) . Hai đường thẳng AD và BC cắt nhau tại M , hai đường thẳng AB và CD cắt nhau tại N . Chứng minh rằng: $MA.MD = MN^2 - NA.NB$



Lấy Q trên MN sao cho $NQA = MBA$.

Ta có: $\begin{cases} NQA = MBA \\ MBA = ADC \end{cases} \Rightarrow NQA = ADC \Rightarrow$ tứ giác $NQAD$ nội tiếp

Ta dễ dàng chứng minh được

$$\begin{cases} NA.NB = NQ.NM \\ MA.MD = MQ.MN \end{cases} \Rightarrow NA.NB + MA.MD = NQ.NM + MQ.MN$$

$$\Rightarrow NA.NB + MA.MD = MN(NQ + MQ) \Rightarrow NA.NB + MA.MD = MN^2$$

$$\Rightarrow MA.MD = MN^2 - NA.NB$$

HẾT