Trụ sở chính:766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

ĐỀ THI
HỌC SINH GIỎI VÒNG 1 LỚP 9
Quận 3 (2018-2019)

Ngày thi: 03/11/2018

Bài 1:

a) Cho $a^2-3ab+2b^2+a-b=a^2-2ab+b^2-5a+7b=0$. Chứng minh: $ab-12a+15b=0$

b) Giải phương trình: $x^2-x-4=2\sqrt{x-1}(1-x)$

Bài 2:

a) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=\dfrac{1}{\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}+2\sqrt{x}}$

b) Cho $x,y>0$; x + y = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của $B=\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{y^2}\right)$

Bài 3:

Để khuyến khích tiết kiệm điện, giá điện sinh hoạt được tính theo kiểu lũy tiến, nghĩa là nếu người sử dụng càng dùng nhiều điện thì giá mỗi số điện (1kWh) càng tăng lên theo các mức như sau:
Mức thứ nhất: Từ 1 – 50 kwh;
Mức thứ hai: Từ 51 đến 100, mỗi số đắt hơn **51 đồng** so với mức thứ nhất;
Mức thứ ba: Từ 101 đến 200, mỗi số đắt hơn **258 đồng** so với mức thứ hai;
Mức thứ tư: Từ 201 đến 300, mỗi số đắt hơn **482 đồng** so với mức thứ ba;
Mức thứ năm: Từ 301 đến 400, mỗi số đắt hơn **275 đồng** so với mức thứ bốn;
Mức thứ sáu: Từ 401 kwh trở đi, mỗi số đắt hơn **86 đồng** so với mức thứ năm;
Ngoài ra, người sử dụng còn phải trả thêm 10% thuế giá trị gia tăng (thuế VAT).
Tháng vừa qua, nhà bạn Khải dùng hết **285** số điện và phải trả **596365 đồng.** Hỏi mỗi số điện ở mức thứ nhất giá là bao nhiêu?

Bài 4: Cho ΔABC có $B=45^0$, BC = 6cm, $C=30^0$. Kẻ đường cao AH. Lấy D, E là hình chiếu của H lên AB, AC. Tính S_{BDEC}.

Bài 5: Một ông mua **100 đôi** giày, giá vốn 2 triệu đồng/ đôi. Ông bán **75 đôi** với giá **2,5 triệu đồng/ đôi.** Sau đó ông giảm giá bán **25 đôi** còn lại. Biết ông đạt lợi nhuận **20%**, vậy **25 đôi** giày còn lại ông bán với giá bao nhiêu?

Bài 6: Cho ΔABC không cân tại A có ba góc nhọn thỏa $\tan B.\tan C=3$. Gọi G, H lần lượt là trọng tâm và trực tâm ΔABC. Chứng minh GH // BC.

★ **HẾT** ★

THĂNG LONG

Trụ sở chính:766/36-766/38 CMT8, P.5, Q. TÂN BÌNH, 38 420 372 – 38 460 835

HƯỚNG DẪN ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VÒNG 1 LỚP 9 Quận 3 (2018-2019)

Bài 1:

a) Cho $a^2-3ab+2b^2+a-b=a^2-2ab+b^2-5a+7b=0$. Chứng minh: $ab-12a+15b=0$

Ta có: $a^2-3ab+2b^2+a-b=0 \Leftrightarrow (a-b)(a-2b)+(a-b)=0$

$$\Leftrightarrow (a-b)(a-2b+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \\ a=2b-1 \end{array}\right.$$

TH1: a =b thế vào $a^2-2ab+b^2-5a+7b=0$, ta có: a = b =0
Suy ra $ab-12a+15b=0$.

TH2: $a=2b-1$ thế vào $a^2-2ab+b^2-5a+7b=0$, ta có:

$(2b-1)^2-2(2b-1)b+b^2-5(2b-1)+7b=0 \Leftrightarrow b^2-5b+6=0 \Leftrightarrow b=2$ **hay** $b=3$

Với b = 2 thì $a=2(2)-1=3$. Khi đó: $ab-12a+15b=3.2-12.(3)+15.(2)=0$

Với b = 3 thì $a=2(3)-1=5$. Khi đó: $ab-12a+15b=5.3-12.(5)+15.(3)=0$

Vậy $ab-12a+15b=0$

b) **Giải phương trình:** $x^2-x-4=2\sqrt{x-1}(1-x)$

Điều kiện: $x\ge 1$. Phương trình đã cho trở thành:

$$x^2-x-4-2\sqrt{x-1}(1-x)=0 \Leftrightarrow (x-1)^2-2\sqrt{x-1}(1-x)+(x-1)=4$$

$$\Leftrightarrow \left(x-1-\sqrt{x-1}\right)^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1-\sqrt{x-1}=2 \\ x-1-\sqrt{x-1}=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \sqrt{x-1}=x-3 & (1) \\ \sqrt{x-1}=x+1 & (2) \end{array}\right.$$

Giải (1), $\sqrt{x-1}=x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3\ge 0 \\ x-1=x^2-6x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 3 \\ x^2-7x+10=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=5$.

Giải (2), $\sqrt{x-1}=x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1\ge 0 \\ x-1=x^2+2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ x^2+x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow x\in\varnothing$.

Vậy $S=\{5\}$

Bài 2:

a) **Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:** $P=\dfrac{1}{\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}+2\sqrt{x}}$

Điều kiện: $0\le x\le 1$.

Với a, b ≥ 0, ta có bất đẳng thức: $\sqrt{a}+\sqrt{b}\ge\sqrt{a+b}$. Dấu ''='' xảy ra khi a = 0 hay b = 0.
Áp dụng bất đẳng thức trên, ta có:

THĂNG LONG

$\sqrt{1-x}+\sqrt{x}\ge\sqrt{1-x+x}=1$. Dấu ''='' xảy ra khi x = 1 hay x =0.

Mà ta có:

* $\sqrt{1+x}\ge 1$. Dấu ''='' xảy ra khi x =0.

* $\sqrt{x}\ge 0$. Dấu ''='' xảy ra khi x =0.

Do đó, ta có: $\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}+2\sqrt{x}\ge 2\Leftrightarrow\dfrac{1}{\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}+2\sqrt{x}}\le\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow P\le\dfrac{1}{2}$.

Vậy $P_{max}=\dfrac{1}{2}$. Dấu ''='' xảy ra khi x =0.

b) Cho $x,y>$; x + y = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của $B=\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{y^2}\right)$

$$B=\left(1-\frac{1}{x^2}\right)\left(1-\frac{1}{y^2}\right)=1-\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)+\frac{1}{x^2y^2}=1-\left(\frac{x^2+y^2}{x^2y^2}\right)+\frac{1}{x^2y^2}$$

$$=1-\left(\frac{(x+y)^2-2xy}{x^2y^2}\right)+\frac{1}{x^2y^2}=1-\left(\frac{1-2xy}{x^2y^2}\right)+\frac{1}{x^2y^2}=1+\frac{2}{xy}$$

Ta có: $x+y\ge 2\sqrt{xy}\Leftrightarrow(x+y)^2\ge 4xy\Leftrightarrow 1\ge 4xy$ (do x + y =1)

$\Leftrightarrow\dfrac{1}{xy}\ge 4\Leftrightarrow\dfrac{2}{xy}\ge 8\Leftrightarrow 1+\dfrac{2}{xy}\ge 9\Leftrightarrow B\ge 9$.

Vậy $B_{max}=9$. Dấu ''='' xảy ra khi $x=y=\dfrac{1}{2}$.

Bài 3:

Để khuyến khích tiết kiệm điện, giá điện sinh hoạt được tính theo kiểu lũy tiến, nghĩa là nếu người sử dụng càng dùng nhiều điện thì giá mỗi số điện (1kWh) càng tăng lên theo các mức như sau:

Mức thứ nhất: Từ 1 – 50 kwh;

Mức thứ hai: Từ 51 đến 100, mỗi số đắt hơn **51 đồng** so với mức thứ nhất;

Mức thứ ba: Từ 101 đến 200, mỗi số đắt hơn **258 đồng** so với mức thứ hai;

Mức thứ tư: Từ 201 đến 300, mỗi số đắt hơn **482 đồng** so với mức thứ ba;

Mức thứ năm: Từ 301 đến 400, mỗi số đắt hơn **275 đồng** so với mức thứ bốn;

Mức thứ sáu: Từ 401 kwh trở đi, mỗi số đắt hơn **86 đồng** so với mức thứ năm;

Ngoài ra, người sử dụng còn phải trả thêm **10%** thuế giá trị gia tăng (thuế VAT).

Tháng vừa qua, nhà bạn Khải dùng hết **285** số điện và phải trả **596365 đồng.** Hỏi mỗi số điện ở mức thứ nhất giá là bao nhiêu?

Gọi x (đồng) là giá tiền điện ở mức thứ nhất (x > 0)

Số tiền điện nhà bạn Khải (khi chưa tính thuế VAT) là: **596365: 1,1 = 542150 (đồng)**

Ta có phương trình:

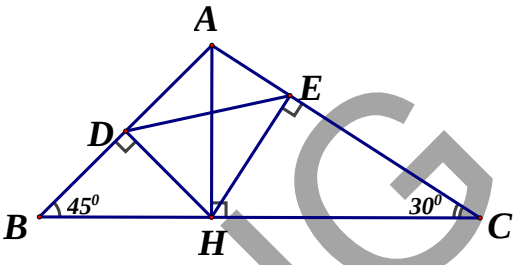
50x + 50(x + 51) +100(x + 51 + 258) + (285 – 50 – 50 - 100) (x + 51 + 258+482) = 542150

⇔ 285x +100685= 542150 ⇔ 285x = 441465 ⇔ x = 1549 (đồng)

THĂNG LONG

Bài 4: Cho ΔABC có $B = 45^0$, BC = 6cm, $C = 30^0$. Kẻ đường cao AH. Lấy D, E là hình chiếu của H lên AB, AC. Tính S_{BDEC}.

Dễ thấy, $BAC = 105^0$ nên BAC là góc lớn nhất của ΔABC,mà AH là đường cao của ΔABC
Nên H nằm giữa B và C.
Đặt BH = x (cm), 0 < x < 6 ; HC = 6 – x.
ΔABH vuông cân tại H $\Rightarrow AH = BH = x$.



Xét ΔAHC vuông tại H, ta có: $\tan C = \dfrac{AH}{HC}$ (TSLG)

$$\Rightarrow \tan 30^0 = \frac{x}{6-x} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{6-x} \Rightarrow x = 3\left(\sqrt{3}-1\right) \quad (cm)$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2}\cdot 3\left(\sqrt{3}-1\right).6 = 9\left(\sqrt{3}-1\right) \quad (cm^2)$$

Dễ tính được: $AB = 3\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)$cm; $AD = \dfrac{3\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}$ cm; $AC = 6\left(\sqrt{3}-1\right)$cm;

Dễ thấy: $\Delta AED \backsim \Delta ABC(c-g-c) \Rightarrow \dfrac{S_{AED}}{S_{ABC}} = \left(\dfrac{AD}{AC}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{S_{AED}}{S_{ABC}} = \left(\dfrac{\frac{3\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}}{6\left(\sqrt{3}-1\right)}\right)^2 = \dfrac{1}{8}$.

$$S_{AED} = \frac{1}{8}S_{ABC} = \frac{9\left(\sqrt{3}-1\right)}{8} \quad (cm^2)$$

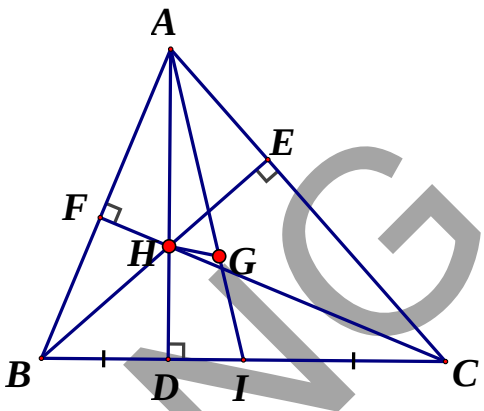
Do đó: $S_{BDEC} = S_{ABC} - S_{AED} = 9\left(\sqrt{3}-1\right) - \dfrac{9\left(\sqrt{3}-1\right)}{8} = \dfrac{63\left(\sqrt{3}-1\right)}{8} \quad (cm^2)$

Bài 5: Một ông mua **100 đôi giày**, giá vốn **2 triệu đồng/ đôi**. Ông bán **75 đôi** với giá **2,5 triệu đồng/ đôi**. Sau đó ông giảm giá bán **25 đôi** còn lại. Biết ông đạt lợi nhuận **20%**, vậy **25 đôi** giày còn lại ông bán với giá bao nhiêu?

Gọi x (triệu đồng) là giá bán 1 đôi giày trong 25 đôi còn lại. (x > 0)
Tổng số tiền vốn của 100 đôi giày là **2. 100 = 200 (triệu đồng)**
Tổng số tiền thu được khi bán 75 đôi giày là: **2,5. 75 = 187,5 (triệu đồng)**
Tổng số tiền thu được khi lợi nhuận 20% là **200 + 20%.200 = 240 (triệu đồng)**
Tổng số tiền khi bán 25 đôi giày còn lại là: **240 – 187,5 = 52,5 (triệu đồng)**
Giá bán 1 đôi giày trong 25 đôi giày còn lại là: **52,5 : 25 =2,1 (triệu đồng)**
Vậy: giá bán 1 đôi giày trong 25 đôi còn lại là 2,1 triệu đồng.

THĂNG LONG

Bài 6: Cho ΔABC không cân tại A có ba góc nhọn thỏa $\tan B.\tan C = 3$. Gọi G, H lần lượt là trọng tâm và trực tâm ΔABC. Chứng minh GH // BC.



Gọi ba đường cao AD, BE, CF của ΔABC cắt nhau tại H;
Gọi I là trung điểm của BC.
Nên AI là đường trung tuyến của ΔABC
Mặt khác G là trong tâm của ΔABC nên G thuộc đoạn AI và

$$AG = \frac{2}{3}AI.$$

Ta có:

$$\begin{cases} \tan B = \dfrac{AD}{BD} \\ \tan C = \dfrac{AD}{DC} \end{cases} \Rightarrow \tan B.\tan C = \frac{AD}{BD}\cdot\frac{AD}{DC} \Rightarrow \frac{AD^2}{BD.DC} = 3$$

Mà dễ chứng minh: $BD.DC = HD.AD$

nên $\dfrac{AD^2}{HD.AD} = 3 \Rightarrow \dfrac{AD}{3} = \dfrac{HD}{1}$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\dfrac{AD}{3} = \dfrac{HD}{1} = \dfrac{AD - HD}{3-1} = \dfrac{AH}{2} \Rightarrow \dfrac{AH}{AD} = \dfrac{2}{3}$

Do đó, ta có: $\dfrac{AH}{AD} = \dfrac{AG}{AI}\left(= \dfrac{2}{3}\right) \Rightarrow HG // DI$ (định lí Thales đảo) $\Rightarrow HG // BC$.

★ HẾT ★

THĂNG LONG